

Obtención de un modelo de densidades de la Caldera del Teide*

Por A. G. CAMACHO, R. VIEIRA y V. ARAÑA**

*Instituto de Astronomía y Geodesia C.S.I.C. - U.C.M.
Facultad de Ciencias Matemáticas
Ciudad Universitaria 28040 MADRID*

Abstract

A method to construct inner density models from gravity data is presented and applied to volcanic caldera of Teide (Canary Islands).

1. INTRODUCCION

El Instituto de Astronomía y Geodesia ha realizado en los años 1985 y 1986 un levantamiento gravimétrico de la Caldera del Teide, Tenerife, con un total de 212 puntos cubriendo una zona de 20 km de diámetro (Vieira *et al.*, 1986). Sobre la base de estos datos y teniendo en cuenta el interés estructural de la zona volcánica, hemos desarrollado un proceso y unos programas de cálculo que permiten llegar de forma automática a definir un modelo estructural de contraste de densidades en el subsuelo, pudiendo partir exclusivamente de la información geofísica de tipo gravimétrico.

Junto con los datos gravimétricos efectuamos la digitalización de un mapa topográfico de la zona. Los datos cartográficos nos permiten construir un modelo topográfico (Camacho, 1988) que se emplea en varias fases del método general. El proceso usado para la formación del modelo topográfico ha sido la predicción mínimos cuadrados (Moritz, 1980, Sevilla 1987) sobre los residuales de un ajuste polinómico previo. La función de covarianzas $C(d)$ aplicada para la señal puede deducirse empíricamente de los propios datos minimizando el nivel de ruido resultante (Mussio, 1984 y 1987).

El modelo topográfico (Fig. 1) se utiliza en primer lugar para obtener de forma automática la corrección topográfica de las medidas gravimétricas (Camacho *et al.*, 1988).

Obtenidas las anomalías de Bouguer completas formamos, también por predicción mínimos cuadrados, el correspondiente modelo (Fig. 2).

A partir de ambos modelos podemos elegir sobre la zona de estudio una cuadrícula de puntos $P_i(x_i, y_i, z_i)$ con anomalía Δg_i y altitud z_i conocidas. La transformación de los datos originales, con distribución geométrica irregular, en los puntos de la cuadrícula mantiene la información y permite un planteamiento más sencillo y regularizado de los cálculos posteriores.

* Presentada en la Sesión Científica del 4 de mayo de 1988.

** Museo Nacional de Ciencias Naturales, C.S.I.C.

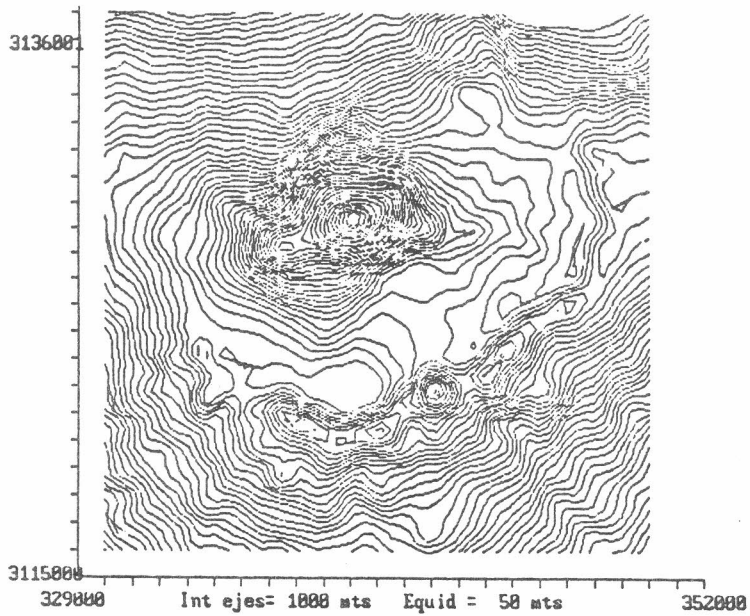


Fig. 1. Modelo topográfico. Equidistancia 50 m.

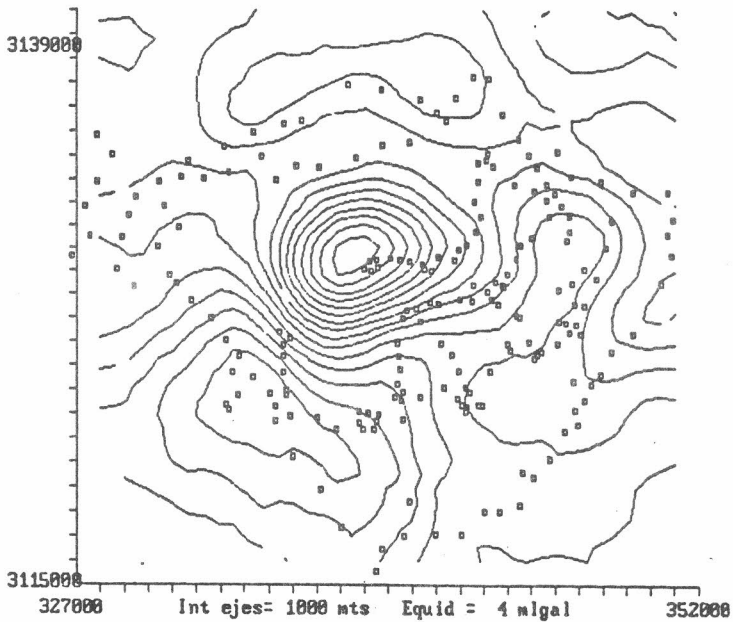


Fig. 2. Modelo gravimétrico. Equidistancia 0,4 mgal.

El problema de determinar una distribución de densidades internas que justifique el campo de anomalías observado tiene infinitas soluciones. Sin embargo, si consideramos una distribución formada por un número finito reducido de elementos con densidad anómala y con un contraste de densidades mínimo, podemos buscar

una única solución que ajuste de la mejor forma (mínimos cuadrados) los valores de anomalías en los puntos P_i . Este tipo de soluciones son las que tratamos.

En esencia, el procedimiento usado para la formación de un modelo de contraste de densidades consiste en obtener primeramente una solución en forma de distribución discreta sobre una partición del subsuelo previamente determinada; posteriormente se procede a un suavizamiento de la distribución discreta para formar un modelo tridimensional continuo.

3. ESTABLECIMIENTO DE UNA PARTICION DEL SUBSUELO

Ya que efectuaremos un ajuste único total, consideramos conjuntamente la atracción de cada bloque sobre el total de los puntos gravimétricos. Al ser un cálculo basado en el mínimo de los cuadrados de los residuales de las anomalías, la sensibilidad de la red gravimétrica a las estructuras de masas internas se medirá como media cuadrática de los efectos gravitatorios (sólo componente vertical) de la masa sobre los puntos dados. Si n es el número de puntos P_i de la cuadrícula gravimétrica, el efecto δ de un cuerpo sobre el sistema gravimétrico será:

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A(P_i)^2}$$

donde $A(P_i)$ es la componente vertical de la atracción del cuerpo sobre el punto P_i . Dicha atracción es menor cuanto más alejado, más pequeño y menos anómalo sea el cuerpo.

La zona del subsuelo sobre la que debemos buscar las causas de las anomalías dependerá del posible contraste de densidades máximo, la sensibilidad del levantamiento gravimétrico y su extensión, y el tamaño máximo previsible de los posibles cuerpos anómalos. Ya que buscamos una solución que requiera el menor número de elementos y de contrastes de densidades, procuramos que los bloques incógnita a igual densidad tengan el mismo efecto δ , de modo que el ajuste no tenga *a priori* preferencia por ninguno de ellos. La asignación de densidades deberá producirse exclusivamente en función de la fisonomía del mapa de anomalías.

Dividimos entonces la zona sensible del subsuelo en cuerpos disjuntos, de modo que cada uno de ellos origine el mismo efecto medio cuadrático δ . Sin embargo, el cálculo exacto de la componente vertical del efecto gravitatorio creado por un cuerpo en un punto cualquiera variable sólo es fácil para cuerpos muy sencillos. En nuestro caso hemos considerado como forma básica de los bloques la del ortoedro de lados paralelos a los ejes y limitado por las coordenadas $\xi_1, \xi_2, \eta_1, \eta_2, \zeta_1, \zeta_2$, cuya acción vertical sobre un punto exterior (x, y, z) se calcula mediante (Pick *et al.*, 1973):

$$\begin{aligned} \Delta g = & -G\rho \left(\left((\xi - x) \ln [\eta - y + ((\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2)^{1/2}] + \right. \right. \\ & + (\eta - y) \ln [\xi - x + ((\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2)^{1/2}] + \\ & + (\xi - z) \arctg \frac{(\zeta - z)((\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2)^{1/2}}{(\xi - x)(\eta - y)} \Bigg)_{\xi_1, \eta_1, \zeta_1}^{\xi_2, \eta_2, \zeta_2} = \\ & = F(x, y, z, \xi_1, \xi_2, \eta_1, \eta_2, \zeta_1, \zeta_2) \rho \end{aligned}$$

La obtención de una partición del subsuelo a base de ortoedros tal que produzcan el mismo efecto medio cuadrático

$$\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F^2(x_i, y_i, z_i, \xi_1, \xi_2, \eta_1, \eta_2, \zeta_1, \zeta_2)\right)^{1/2}$$

(siendo $P_i(x_i, y_i, z_i)$, $i = 1, \dots, n$, los n puntos de la red del relieve) no es fácil. Tal vez el procedimiento más inmediato consiste en establecer varias capas de profundidad adecuada creciente. Sobre cada capa, tanteando los lados de la base de los ortoedros, se puede formar un «enlosado» en bloques de base creciente hacia los lados.

3. AJUSTE DE DENSIDADES

La partición de bloques de densidad incógnita abarca la zona sensible y está formada necesariamente por un número m de ellos suficiente (resolución) pero inferior al número de puntos dato para poder tener redundancia y aplicar el método de mínimos cuadrados.

Las ecuaciones de ajuste son:

$$\Delta g_i - \sum_{j=1}^m F(x_i, y_i, z_i, \xi_{1j}, \xi_{2j}, \eta_{1j}, \eta_{2j}, \zeta_{1j}, \zeta_{2j}) \rho_j = v_i \quad i = 1, \dots, n$$

Cada bloque limitado por $\xi_{1j}, \xi_{2j}, \eta_{1j}, \eta_{2j}, \zeta_{1j}, \zeta_{2j}$ da una incógnita ρ_j , $j = 1, \dots, m$. Cada punto $P_i(x_i, y_i, z_i)$, $i = 1, \dots, n$, de la cuadrícula del relieve, con anomalía Δg_i conocida a partir del modelo gravimétrico y altitud z_i dada por el modelo topográfico, dará un ecuación. El sistema resultante:

$$A\rho - t = v$$

de n ecuaciones con m incógnitas, $A(n \times m)$ matriz del diseño y t vector de términos independientes, puede resolverse en incógnitas ρ_j . Como matriz de covarianzas *a priori* P (pesos) para los datos Δg_i puede adoptarse la resultante E_{ss} del proceso de predicción mínimos cuadrados para el campo de anomalías.

Obtenida la solución mínimos cuadrados, consideraremos los parámetros de calidad del modelo: La reproducción del campo de anomalías para el modelo obtenido viene calibrada por la varianza estimada (*a posteriori*) de la unidad de peso:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{1}{n - m} \sum_{i=1}^n \hat{v}_i^2$$

A partir de ésta y de las matrices de diseño A y de covarianzas *a priori* P se calculan (Sevillá, 1986) las precisiones m_{ρ_j} de los valores ρ_j ajustados como raíz de los términos respectivos de la diagonal principal de $\Sigma_{\rho\rho}$.

$$\Sigma_{\rho\rho} = \hat{\sigma}_0^2 (A^T P A)^{-1}$$

Dado que, en principio, es difícil obtener una partición de igual efecto medio cuadrático, es previsible que los valores m_{ρ_j} de precisión de los ρ_j sean diferentes. Adoptamos como parámetro comparativo de calidad de la partición, y por tanto de «realismo» del ajuste obtenido, la desviación típica de los errores medios cuadráticos m_{ρ_j} de las soluciones ρ_j :

$$e = \sqrt{\frac{1}{m} \sum (m_{\rho_j} - \bar{m}_{\rho})^2}$$

4. FORMACION DE UN MODELO CONTINUO

a) En primer lugar, y en cada bloque reconstruimos los valores de densidad en forma polinómica. Para ello suponemos que la densidad constante es la media de las densidades en sus puntos. Imponemos la condición de media en el bloque en cuestión y en los bloques contiguos, y ajustamos una función polinómica de grado 2 por mínimos cuadrados.

b) Finalmente aplicamos un proceso de predicción/filtrado final para el conjunto de puntos de reconstrucción polinómica del total de los bloques. Tomamos como función covarianza la deducida a partir de dichos datos.

5. MODELO ESTRUCTURAL DE LA CALDERA DEL TEIDE

El anterior proceso se ha aplicado a los datos obtenidos en el levantamiento gravimétrico de la zona de las Cañadas del Teide. Como ejemplo la figura 3 presenta un perfil vertical S-N y otro W-E (ambos aproximadamente por la vertical del Teide) del modelo tridimensional resultante. Los resultados son coherentes con otros trabajos sobre la zona (MacFarlane & Ridley, 1968, Banda *et al.*, 1981).

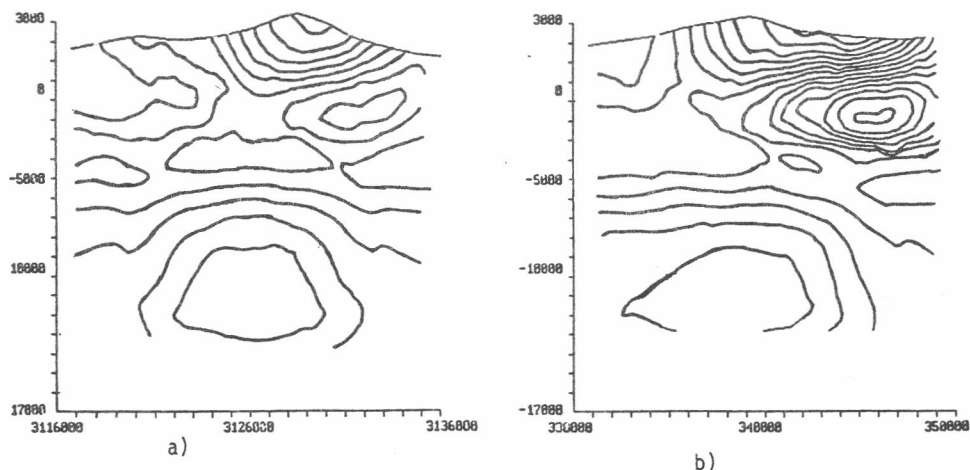


Fig. 3. Modelo estructural resultante:

Perfiles: a) S-N $x = 339000$
b) W-E $y = 312800$

Equidistancia 0,1 g/cm³.

BIBLIOGRAFIA

- BANDA, E.; DOÑABEITIA, J. J.; SURINACH, E., y ANSORGE, J. (1981): «Features of crustal structure under the Canary Islands», *Earth and Planet. Sci. Lett.*, 55, págs. 11-24.
- CAMACHO, A. G. (1988): «Modelo topográfico digital de la isla de Tenerife», *Comunicaciones VI Asam. Nac. de Geod. y Geof.*, Madrid.
- CAMACHO, A. G.; TORO, C., y FERNÁNDEZ, J. (1988): «Cálculo de la corrección topográfica a las observaciones gravimétricas en la Caldera del Teide apartir del modelo topográfico digital de la isla de Tenerife», *Com. VI Asam. Nac. de Geod. y Geof.*, Madrid.
- MACFARLANE, D. J.; RIDLEY, W. I. (1968): «An interpretation of gravity data for Tenerife, Canary Island», *Earth Planet. Sci. Lett.*, 4, págs. 481-486.
- MORITZ, H. (1980): «Advanced Physical Geodesy», H. Wichmann y V. Karlsruhe.
- MUSSIO, L. (1984): «Il metodo della collocazione minimi quadrati e le sue applicazioni per l'analisi statistica dei risultati delle compensazioni», *Ricerche di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria*, págs. 305-338, Clup. Milán.
- MUSSIO, L. (1987): «Estrategias del método de colocación», *IV Curso de Geodesia Superior. Cursos y Seminarios. Inst. de Astronomía y Geodesia*, pág. 145-209.
- PICK, M.; PICHÁ, J., y VYSKOČIL, V. (1973): «Theory of the Earth's Gravity Field», *Elsevier Scient. Pu. Co.*, Amsterdam.
- SEVILLA, M. J. (1987): «Colocación mínimos cuadrados», *IV Curso de Geodesia Superior. Cursos y Seminarios. Inst. de Astronomía y Geodesia*, págs. 99-141.
- VIEIRA, R.; TORO, C., y ARAÑA, V. (1986): «Microgravimetric survey in the caldera of Teide, Tenerife, Canary Islands». *Tectonophysics*, 130, págs. 249-257.